
Prijímacia skúška z matematiky, školský rok 2022/2023

1. Zistite obor riešiteľnosti a upravte výraz pre prípustné hodnoty.

$$\left(\left(\frac{1}{x^2} - 1 \right)^{\frac{1}{2}} - \frac{1}{x} \right) \left[\left(\frac{1-x}{\sqrt{1-x^2} + x - 1} - \frac{\sqrt{x+1}}{\sqrt{1-x} - \sqrt{1+x}} \right) \right] \quad R: -1$$

2. V množine celých čísel nájdite všetky korene rovnice

$$\frac{11+3x}{x+3} + \frac{x}{x^2-x-12} + 2 = \frac{5x}{x-4} \quad R: x = -4$$

3. Koľko celých čísel je riešením nerovnice

$$\frac{18y+7}{y^3-1} \leq \frac{30}{y^2-1} - \frac{13}{y^2+y+1} \quad R: y = 11$$

4. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$\left| |x-1| - 1 \right| = 4 - |x| \quad R: x = -2, x = 3$$

5. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$3 \log_2(x+1) = \log_2(x^3 + x + 2) \quad R: x = \frac{1}{3}$$

6. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$2^{2x+1} - 12 \cdot 2^{x-1} + 4 = 0 \quad R: x = 0, x = 1$$

7. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$6 \sin^2(x) - 7 \cos(x) - 1 \leq 0 \quad R: x \in \left[-\frac{\pi}{3}, +\frac{\pi}{3} \right] + 2\pi k$$

8. Nájdite riešenie sústavy rovníc a jedným slovom pomenujte jeho geometrickú reprezentáciu:

$$\begin{aligned} 3x^2 - 2xy - y^2 + 9 &= 0 \\ 3x + y &= 9 \end{aligned} \quad R: x = 2, y = 3; \text{ bod}$$

9. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \frac{x+1}{x^2-1}$ je nepravdivé:

a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{1\}$

- b) funkcia je zhora neohraničená
- c) funkcia nie je ani párna, ani nepárna
- d) je klesajúca na celej definičnej oblasti
- e) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$

R: a) je nepravdivé

10. Ak pre členy aritmetickej postupnosti platí

$$3a_2 - a_4 = 4$$

$$a_3 + 2a_6 = 42$$

zistite a_1 , d a vypočítajte súčet prvých piatich členov tejto postupnosti.

$$R: a_1 = 2, d = 3, s_5 = 40$$

11. Body $P = [2, -1]$, $Q = [-1, 4]$, $R = [-2, 2]$ sú stredy strán trojuholníka ABC v obvyklom poradí ($P = A \div B$, $Q = B \div C$, $R = C \div A$), nájdite súradnice vrcholu A . $R: A = [1, -3]$

12. Napíšte rovnicu kružnice k v stredovom tvare, ktorá prechádza bodmi $P = [1, -3]$ a $Q = [2, -10]$ a dotýka sa osi \bar{y} .

$$k_1: (x-5)^2 + (y+6)^2 = 5^2$$

$$k_2: (x-145)^2 + (y-14)^2 = 145^2$$

13. Medzi 6 detí je potrebné rozdeliť 7 červených a 8 modrých guľôčok. Koľkými spôsobmi je to možné urobiť, ak pripustíme aj možnosť, že niektorému sa neujde nič? Výsledok zapíšte pomocou faktoriálov (ako ich podiel, súčin, súčet, rozdiel..., nie je potrebné ho upraviť).

$$R: \frac{12!}{7! \cdot 5!} \cdot \frac{13!}{8! \cdot 5!}$$

14. Piaty spolužiaci sa dohodli, že si urobia párty. Radili sa, čo by mali kúpiť ako občerstvenie. Spísali si všetky návrhy. Každý mal nejaké požiadavky. Adam povedal, že ak bude kola a nebudú chlebíčky, tak chce čipsy, alebo štrúdl'u. Braňo chcel čipsy, alebo štrúdl'u a k tomu kolu. Cyril vyhlásil, že ak nebude zmrzlina, potom nechce ani štrúdl'u. Dano navrhol pivo, alebo kolu a k tomu čipsy. Edo chcel chlebíčky, alebo štrúdl'u a k tomu pivo. Edo šiel nakúpiť, ale zoznam nechal na internáte. Priniesol chlebíčky, pivo a štrúdl'u. Kto bol s jeho nákupom spokojný? [Adam]

15. Zistíte pravdivostnú hodnotu výroku $\overline{(A \vee C)} \Leftrightarrow (A \wedge \bar{B}) \vee C$, ak výroky A a B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý a nájdite všeobecný predpis pre negáciu tohto výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov.

výrok je nepravdivý

$$\text{negácia: } \left[\overline{[(A \vee C) \wedge (\bar{A} \vee B) \wedge \bar{C}]} \wedge \left[((A \wedge \bar{B}) \vee C) \wedge (A \vee C) \right] \right]$$

Prijímacia skúška z matematiky, školský rok 2022/2023

1. Zistite obor riešiteľnosti a upravte výraz pre prípustné hodnoty.

$$\left(\frac{(x+1)}{(\sqrt{3}-x\sqrt{3})} \right)^{-1} \left[\frac{1}{x-\sqrt{x}} - \frac{x}{\sqrt{x+1}} + \frac{x+1}{\sqrt{x}} \right]$$

$$R: -\sqrt{3}$$

2. V množine celých čísel nájdite všetky korene rovnice

$$\frac{1}{(x-2)} - \frac{(x-3)}{(x+4)} = \frac{6}{(x^2+2x-8)} - 2$$

$$R: x = -12$$

3. Koľko celých čísel je riešením nerovnice? A ktoré?

$$\frac{2x-3}{x^3+1} \leq \frac{1}{x^2-x+1} - \frac{2}{x^2+2x+1}$$

$$R: -\frac{1}{3} \leq x \leq 2, \text{ celé čísla: nula, jedna a dva; } 0, 1, 2$$

4. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$|5-|x-1|| = |x-4|$$

$$R: x = 0, x = 5$$

5. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$\log_2(x^4) + (\log_2(x))^2 = -3$$

$$R: x = \frac{1}{2}, x = \frac{1}{8}$$

6. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$3^{2x-1} + 3 \cdot 3^x - 12 = 0$$

$$R: x = 1$$

7. Nájdite obor riešiteľnosti tejto rovnice a všetky jej riešenia v množine \mathbb{R}

$$\sin(x) + \cos^2(x) - \frac{1}{4} \geq 0$$

$$R: x \in \left[-\frac{1}{6}\pi, \frac{7}{6}\pi \right] + 2\pi k$$

8. Nájdite riešenie sústavy rovníc a jedným slovom pomenujte jeho geometrickú reprezentáciu.

$$2x^2 + 3xy + y^2 - 40 = 0$$

$$2x + y = 8$$

$$R: x = 3, y = 2, \text{ bod}$$

9. Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \frac{1-x^2}{x^2-2x-3}$ je nepravdivé?

- a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{-1, 3\}$
- b) funkcia je zdola neohraničená
- c) je klesajúca na celej definičnej oblasti
- d) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- e) funkcia nie je ani párna, ani nepárna

R: c) je nepravdivé

10. Ak pre členy aritmetickej postupnosti platí

$$3a_3 + a_2 = 39$$

$$a_1 + 2a_5 = 43$$

zistite a_1 , d a vypočítajte súčet prvých šiestich členov tejto postupnosti.

$$R: a_1 = 1, d = 5, s_6 = 81$$

11. Body $P = [2, -1]$, $Q = [-1, 4]$, $R = [-2, 2]$ sú stredy strán trojuholníka ABC v obvyklom poradí ($P = A \div B$, $Q = B \div C$, $R = C \div A$), nájdite súradnice vrcholu B . $R: B = [3, 1]$

12. Napíšte rovnicu kružnice k v stredovom tvare, ktorá prechádza bodmi $P = [-8, 2]$ a $Q = [8, 10]$ a dotýka sa osi \vec{x}

$$R: \begin{aligned} k_1: (x+2)^2 + (y-10)^2 &= 10^2 \\ k_2: (x+22)^2 + (y-50)^2 &= 50^2 \end{aligned}$$

13. Medzi 6 detí je potrebné rozdeliť 7 červených 10 modrých guľôčok. Koľkými spôsobmi je to možné urobiť, ak má každé dieťa dostať aspoň jednu modrú guľôčku? Výsledok zapíšte pomocou faktoriálov (ako ich podiel, súčin, súčet, rozdiel..., nie je potrebné ho upraviť).

$$R: \frac{12!}{7! \cdot 5!} \cdot \frac{9!}{4! \cdot 5!}$$

14. Piaty spolužiaci sa dohodli, že si urobia párty. Radili sa, čo by mali kúpiť ako občerstvenie. Spísali si všetky návrhy. Každý mal nejaké požiadavky. Adam povedal, že ak bude kola a nebudú chlebíčky, tak chce čipsy, alebo štrúdlu. Braňo chcel čipsy alebo štrúdlu a k tomu kolu. Cyril vyhlásil, že ak nebude zmrzlina, potom nechce ani štrúdlu. Dano navrhol pivo, alebo kolu a k tomu čipsy. Edo chcel chlebíčky, alebo štrúdlu a k tomu pivo. Adam šiel nakúpiť, ale zoznam nechal na internáte. Priniesol chlebíčky, kolu a zmrzlinu. Ktorí spolužiaci boli s jeho nákupom nespokojní?

R: [Braňo, Dano a Edo]

15. Zistite pravdivostnú hodnotu výroku $\overline{(A \wedge C)} \Leftrightarrow (A \vee \overline{B}) \wedge C$, ak výroky A a B sú pravdivé a výrok C je nepravdivý a nájdite všeobecný predpis pre negáciu tohto výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov.

výrok je nepravdivý

$$\text{negácia: } \left[\left[\overline{(A \wedge C)} \wedge (\overline{A} \wedge B) \vee \overline{C} \right] \wedge \left[((A \vee \overline{B}) \wedge C) \wedge (A \wedge C) \right] \right]$$