

Test pre prijimacie pohovory z matematiky

26.04.2024, 10:00 hod.

skupina A

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení je/sú pravdivé?

- a) $-\log_{0.3} 3 > \log_3 0.3$
- b) $\log_{0.3} 3 > -\log_3 0.3$
- c) $\log_3 3 > \log_{0.3} 0.3$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: a)
-----------	--

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

- a) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{2}{3}}$
- b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{-\frac{2}{3}}$
- c) $\left(\frac{2}{3}\right)^{\frac{3}{2}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b)
-----------	--

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie f .

$$f: y = \frac{x+2}{2-\sqrt{5-x^2}}$$

Riešenie:	$D(f) = [-\sqrt{5}, -1) \cup (-1, 1) \cup (1, \sqrt{5}]$
-----------	--

4. (3b) Pre aké hodnoty m nasledujúca nerovnosť platí?

$$m^{\frac{2}{5}} < m^{\frac{-2}{5}}$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: $0 < m < 1$
-----------	----------------------------------

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra $t \in R$ bude bod $A = [-3, 7]$ ležať na priamke

$$p: x = 3 - 2t; y = 4 + t?$$

Riešenie:	$t = 3$
-----------	---------

6. (5b) Ktorá z nasledujúcich parabol má vrchol v bode $A = [2, -1]$. Pre túto parabolu nájdite jej priesečníky s osami \bar{x} a \bar{y} ?

- a) $p: y = 2x^2 + 3x - 15$
- b) $p: y = -x^2 - 2x + 7$
- c) $p: y = x^2 - 4x + 3$

<i>Riešenie:</i>	<p>Správna parabola je c)</p> <p>Priesečník s osou \bar{y} má súradnice $[0, 3]$.</p> <p>Priesečníky s osou \bar{x} majú súradnice $[3, 0]$ a $[1, 0]$.</p>
------------------	---

7. (4b) Určte obor riešiteľnosti na množine \mathbb{N} a na tomto obore riešte rovnicu

$$\frac{(n-1)!}{(n-3)!} + \frac{(n+2)!}{(n+1)!} = 19.$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Podmienka riešiteľnosti $\{n \in \mathbb{N}; n \geq 3\}$.</p> <p>Riešením rovnice je číslo: $n = 5$.</p>
------------------	---

8. (5b) Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$\frac{3-2x}{4+x} + \frac{2+3x}{4-x} + \frac{x \cdot (5x+3)}{x^2-16}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq 4, x \neq -4$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{-4, 4\}$</p>	<p>Výraz po úprave: $\frac{-20}{x^2-16}$</p>
------------------	---	---

9. (6b) Nájdite všetky reálne korene polynómu $2x^3 - 7x^2 - 10x + 24$, ak viete, že jeden z jeho koreňov je $x = 4$.

<i>Riešenie:</i>	<p>Korene polynómu sú: $x = -2, x = \frac{3}{2}, x = 4$.</p>
------------------	---

10. (6b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte výraz do tvaru ktorý bude obsahovať maximálne dva znaky (premenná / operátor / číslica).

$$\left(+\frac{2xy}{y^2-x^2} - \frac{y}{y+x} - \frac{x}{y-x} \right) \left(\frac{3y}{y+x} + \frac{6xy}{y^2-x^2} + \frac{3x}{y-x} \right)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq y, x \neq -y$</p> <p>alebo</p> <p>OR: $\{[x, y] \in \mathbb{R}^2; x \neq y, x \neq -y\}$</p>	<p>Výraz po úprave: -3</p>
------------------	--	---

11. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{9x+27}{x^2+8x+15} > 2$$

<i>Riešenie:</i>	$OR: x \neq -5, x \neq -3$ alebo $OR = \mathbb{R} - \{-5, -3\}$	$K = (-5, -3) \cup \left(-3, -\frac{1}{2}\right)$ alebo $K = \left(-5, -\frac{1}{2}\right) - \{-3\}$
------------------	--	---

12. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{2x}{x+3} - \frac{x}{x^2-x-12} + 3 = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	$OR: x \neq -3, x \neq 4$ alebo $OR = \mathbb{R} - \{-3, 4\}$	$K = \left\{6, -\frac{4}{3}\right\}$
------------------	--	--------------------------------------

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_{3x} x^2 + 7x - 12 = 1$$

<i>Riešenie:</i>	<i>Pomocný výsledok:</i> $OR = \left(\frac{-7+\sqrt{97}}{2}, \infty\right) = (1.424, \infty)$ Boduje sa $K = \{2\}$	
------------------	---	--

14. (5b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$2 \cos(x - \pi) = 1$$

<i>Riešenie:</i>	$OR = \mathbb{R}$	$K = \left\{x = -\frac{2\pi}{3} + 2k\pi; x = \frac{2\pi}{3} + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$ alebo $K = \left\{x = \frac{4\pi}{3} + 2k\pi; x = \frac{2}{3}\pi + 2\pi(k+1), k \in \mathbb{Z}\right\}$
------------------	-------------------	---

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \frac{2-x}{x^2-x-2}$ je/sú nepravdivé?

Uved'te všetky (označením písmen a) – e):

- a) definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{-1\}$
- b) funkcia nie je zdola ohraničená
- c) inverzná funkcia je rastúca na celom definičnom obore
- d) je klesajúca na celom definičnom obore
- e) oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathbb{R} - \{0\}$

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: a), c), d)
------------------	--

16. (5b) Nájdite priesečník/y kružnice danej stredom $S = [3, 2]$ s polomerom $r = 2$ a priamkou p danou bodmi $A = [2, -1]$ a $B = [6, 3]$. Uved'te rovnicu kružnice v stredovom aj vo všeobecnom tvare a rovnicu priamky vo všeobecnom tvare.

<i>Riešenie:</i>	<p>Kružnica vo všeobecnom tvare $k: x^2 - 6x + y^2 - 4y + 9 = 0$.</p> <p>Kružnica v stredovom tvare $k: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.</p> <p>Priamka $p: -4x + 4y + 12 = 0$ alebo $p: -x + y + 3 = 0$</p> <p>Priesečníky priamky p s kružnicou k sú bod/body $[3, 0]$ a $[5, 2]$.</p>
------------------	---

17. (7b) Riešte systém rovníc na množine $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{aligned} +2x + y + 3z &= 1 \\ -x + y - 2z &= 3 \\ -2x - 2y + z &= -7 \end{aligned}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Riešením systému rovníc je: $K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}, [x, y, z] = [1, 2, -1]\}$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x = 1, y = 2, z = -1\}$</p>
------------------	---

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet prvých siedmich členov tejto aritmetickej postupnosti, ak platí:

$$\begin{aligned} -a_2 + 2a_4 &= -11 \\ 3a_1 - a_5 &= 20 \end{aligned}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Prvý člen $a_1 = 4$</p> <p>Diferencia $d = -3$</p> <p>Súčet prvých siedmich členov $\sum_{i=1}^7 a_i = -35$.</p>
------------------	--

19. (5b) Vo výrokovovej logike., ak použijete predikáty: Cx - x je človek Vx - x je vec, D - človek daruje človeku vec, \exists - existuje, \forall každý/všetko, nájdite správny preklad výroku: $(\exists xyz)((C(x) \wedge C(y) \wedge V(z)) \wedge \neg D(xyz))$
- Niekoľko dal niekomu niečo
 - Niekoľko nedal niekmu niečo
 - Každý dal niekomu niečo
 - Niekoľko dal každému niečo

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b
------------------	---

20. (7b) Napíšte negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len A, B, C a operátory \wedge, \vee, \neg

$$\neg(A \wedge (B \vee C)) \Leftrightarrow (A \vee C)$$

Zistite pravdivostnú hodnotu negácie výroku, ak výroky A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý.

<i>Riešenie:</i>	<p>Negácia zloženého výroku má tvar:</p> $(A \wedge B) \vee (A \wedge C) \vee (B \wedge \neg C) \vee (\neg A \wedge \neg C)$ <p><i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie</i></p> <p>Pravdivostná hodnota negácie ak A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý je: nepravda</p>
------------------	---