

Test pre prijimacie pohovory z matematiky

26. 04. 2024, 13:00 hod.

skupina D

1. (3b) Ktoré z nasledovných tvrdení sú pravdivé?

- a) $\log_{0,2} 0,4 < \log_{0,2} 0,6$
- b) $\log_{0,2} 4 > -\log_2 6$
- c) $-\log_2 0,4 > \log_{0,2} 6$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b) c)
-----------	---

2. (3b) Ktoré z nasledovných výrazov sú väčšie ako 1?

- a) $\left(\frac{4}{3}\right)^{-4}$
- b) $\left(\frac{4}{3}\right)^{\frac{3}{4}}$
- c) $\left(\frac{3}{4}\right)^{\frac{3}{4}}$

Riešenie:	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b)
-----------	--

3. (5b) Nájdite definičný obor funkcie f .

$$f: y = \frac{x-1}{3-\sqrt{16-x^2}}$$

Riešenie:	$D(f) = [-4, -\sqrt{7}) \cup (-\sqrt{7}, \sqrt{7}) \cup (\sqrt{7}, 4]$
-----------	--

4. (3b) Pre aké hodnoty a nasledujúca nerovnosť platí?

$$a^{\frac{3}{2}} > a^{-\frac{3}{2}}$$

Riešenie:	Nerovnosť platí pre: $a > 1$
-----------	---

5. (2b) Pre akú hodnotu parametra t bude bod $A = [-3, -4]$ ležať na priamke

$$p: x = 3 + 2t; y = -1 + t?$$

Riešenie:	$t = -3$
-----------	----------------------------

6. (5b) Ktorá parabola má vrchol v bode $A = [-3, 1]$ a aké sú súradnice jej priesečníkov s osami \vec{x} a \vec{y} ?

- a) $p: y = x^2 + 4x + 4$
- b) $p: y = 2x^2 + 9x + 10$
- c) $p: y = -x^2 - 6x - 8$

<i>Riešenie:</i>	<p>Správna parabola je možnosť c)</p> <p>Priesečník s osou \bar{y} má súradnice $[0, -8]$.</p> <p>Priesečníky s osou \bar{x} majú súradnice $[-4, 0]$ a $[2, 0]$</p>
------------------	--

7. **(4b)** Určte obor riešiteľnosti na množine \mathbb{N} a na tomto obore riešte rovnicu

$$2 \frac{(n-2)!}{(n-4)!} - \frac{(n+3)!}{(n+1)!} = -20.$$

<i>Riešenie:</i>	Podmienka riešiteľnosti $n \geq 4$ rovnici vyhovuje číslo /čísla : $n = 13$
------------------	---

8. **(5b)** Určte obor riešiteľnosti a na tejto množine sčítajte zlomky a zjednodušte výsledný výraz do tvaru jedného zlomku, ktorého čitateľom je číslo.

$$-\frac{x \cdot (x-13)}{x^2-16} - \frac{2-x}{4-x} + \frac{2x-3}{x+4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq 4, x \neq -4$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{-4, 4\}$</p>	Výraz po úprave: $\frac{20}{x^2-16}$
------------------	---	--------------------------------------

9. **(6b)** Nájdite všetky reálne korene polynómu $x^3 + 3x^2 - 10x - 24$, ak viete, že jeden z jeho koreňov je $x = -2$.

<i>Riešenie:</i>	Korene polynómu sú: $x = -4, x = -2, x = 3$.
------------------	---

10. **(6b)** Uveďte podmienky riešiteľnosti a na tejto množine zjednodušte výraz do tvaru, ktorý bude obsahovať maximálne päť znakov (premenná / operátor / číslica / zlomková čiara).

$$\left(\frac{1}{x+y} + \frac{y^2}{x^3 - x y^2} \right) : \left(-\frac{x-y}{x^2 + xy} + \frac{x}{y^2 + xy} \right)$$

<i>Riešenie:</i>	OR: $\{x \neq 0, y \neq 0, x \neq -y, x \neq +y\}$	Výraz po úprave: $\frac{y}{x-y}$
------------------	--	----------------------------------

11. **(7b)** Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia nerovnice:

$$\frac{6x-18}{x^2-2x-3} > 1$$

<i>Riešenie:</i>	<p>OR: $x \neq -1, x \neq 3$</p> <p>alebo</p> <p>OR = $\mathbb{R} - \{-1, 3\}$</p>	<p>$K = (-1, 3) \cup (3, 5)$</p> <p>alebo</p> <p>$K = (-1, 5) - \{3\}$</p>
------------------	---	---

12. (7b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\frac{1-3x}{x^2-x-12} - \frac{2x}{x+3} + 1 = \frac{2x-4}{x-4}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>$OR: x \neq -3, x \neq 4$</p> <p>alebo</p> <p>$OR = \mathbb{R} - \{-3, 4\}$</p>	$K = \left\{1, -\frac{1}{3}\right\}$
------------------	---	--------------------------------------

13. (5b) Na množine reálnych čísel nájdite všetky riešenia rovnice:

$$\log_x 3x^2 + 5x - 12 = 2$$

<i>Riešenie:</i>	<p><i>Pomocný výsledok:</i> $OR = \left(\frac{4}{3}, \infty\right)$</p> <p>Boduje sa $K = \left\{\frac{3}{2}\right\}$</p>
------------------	--

14. (5b) Uveďte podmienky riešiteľnosti a nájdite všetky riešenia rovnice:

$$2 \cos\left(x - \frac{\pi}{2}\right) = -\sqrt{2}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>$OR = \mathbb{R}$</p>	<p>$K = \left\{x = -\frac{\pi}{4} + 2k\pi; x = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \left\{x = \frac{3}{4}\pi + 2(k-1)\pi; x = \frac{5}{4}\pi + 2k\pi, k \in \mathbb{Z}\right\}$</p>
------------------	-------------------------------------	---

15. (5b) Ktoré z nasledujúcich tvrdení o funkcii $f: y = \frac{-(1+x)}{x^2-3x-4}$ je/sú nepravdivé?

Uveďte všetky (označením písmen a) – e):

- definičnou oblasťou je množina $D(f) = \mathbb{R} - \{-1; 4\}$
- funkcia je zhora ohraničená
- inverzná funkcia je rastúca na celom definičnom obore
- je klesajúca na celom definičnom obore
- oblasťou hodnôt je množina $H(f) = \mathbb{R} - \{4\}$

<i>Riešenie:</i>	<p>Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: b), c) d), e)</p>
------------------	---

16. (5b) Nájďte priesečník/y kružnice danej stredom $S[3;2]$ s polomerom $r = 2$ a priamkou p danou bodmi $A[2;5]$ a $B[6;1]$. Uved'te rovnicu kružnice aj priamky vo všeobecnom tvare.

<i>Riešenie:</i>	<p>Kružnica vo všeobecnom tvare $k: x^2 - 6x + y^2 - 4y + 9 = 0$.</p> <p>Kružnica v stredovom tvare $k: (x-3)^2 + (y-2)^2 = 4$.</p> <p>Priamka vo všeobecnom tvare: $p: x + y - 7 = 0$</p> <p>Priesečníky priamky p s kružnicou k sú bod/body: $[3, 4]$ a $[5, 2]$.</p>
------------------	--

17. (7b) Riešte systém rovníc na množine $\mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}$:

$$\begin{array}{rcl} -3x & -y & = -5 \\ +2x & -y & -2z = 3 : \\ 2x & -y & +z = 6 \end{array}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Riešením systému rovníc je: $K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}, [x, y, z] = [2, -1, 1]\}$</p> <p>alebo</p> <p>$K = \{[x, y, z] \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \times \mathbb{R}; x = 2, y = -1, z = 1\}$</p>
------------------	---

18. (5b) Zistite hodnotu prvého člena, diferenciu aritmetickej postupnosti a tiež súčet a rozsah prvých piatich členov ak platí:

$$\begin{array}{l} -a_2 + 2a_4 = -13 \\ 3a_1 - a_5 = 16 \end{array}$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Prvý člen $a_1 = 2$</p> <p>Diferencia $d = -3$</p> <p>Súčet prvých piatich členov $\sum_{i=1}^5 a_i = -20$</p>
------------------	--

19. (5b) Vo výrokovej logike., ak použijete predikáty: Cx - x je človek Vx - x je vec, D - človek daruje človeku vec, \exists - existuje, \forall každý/všetko, nájdite správny preklad výroku: $(\forall x)\{C(x) \rightarrow (\exists yz)[(C(y) \wedge V(z)) \wedge D(xyz)]\}$

- Každý nedal niekomu niečo
- Niektor dal každému niečo
- Každý dal niekomu niečo
- Niektor nedal každému niečo

<i>Riešenie:</i>	Vypíš zoznam tvrdení podľa zadania príkladu: c)
------------------	--

20. (7b) Napište negáciu nasledujúceho zloženého výroku použitím pravidiel pre negácie elementárnych výrokov tak, aby výsledok obsahoval len A , B , C a operátory \wedge , \vee , \neg . Zistite jej pravdivostnú hodnotu, ak výroky A a B sú nepravdivé a výrok C je pravdivý.

$$((A \vee B) \wedge \neg C) \Leftrightarrow \neg(A \vee C)$$

<i>Riešenie:</i>	<p>Negácia zloženého výroku má tvar: $(A \wedge \neg C) \vee (\neg B \wedge \neg C)$</p> <p><i>Akceptované sú aj iné logicky správne vyjadrenia negácie</i></p> <p>Pravdivostná hodnota negácie ak A a C sú nepravdivé a výrok B je pravdivý je: nepravda</p>
------------------	--